Uma articulação entre a Olimpíada Brasileira de Matemática e a Base Nacional Comum Curricular

LILYANE. D. M. AMORIM (IFPB, Campus Patos), JULIA GRAZIELLY P. PIRES (IFPB, Campus Patos), GABRIELLE S. FÉLIX (IFPB, Campus Patos) HANNAH D. G. LACERDA (IFPB, Campus Patos), GUILHERME A. VAZ (IFPB, Campus Patos)

E-mails: lilyane.dias@academico.ifpb.edu.br, julia.pires@academico.ifpb.edu.br, gabrielle.santos@academico.ifpb.edu.br, hannah.lacerda@ifpbr.edu.br, guilherme.vaz@ifpb.edu.br

Área de conhecimento: 1.01.00.00-8 Matemática.

Palavras-Chave: Currículo de Matemática; Ensino Médio; BNCC; OBM.

1 Introdução

Este trabalho apresenta um recorte de uma pesquisa de Iniciação Científica, financiada pelo CNPq (PIBIC-EM), que busca articular os conteúdos matemáticos necessários para a resolução das questões da Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM) com o currículo proposto para o Ensino Médio pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC). O problema de pesquisa caracteriza-se por: **Quais as potencialidades da Olimpíada Brasileira de Matemática para o ensino e aprendizagem de Matemática no Ensino Médio, e como se dá sua articulação com o currículo vigente?**

Dentre as diversas competições matemáticas nacionais, bem como internacionais, escolhemos investigar a OBM por dois motivos principais. Primeiramente, ela foi a primeira competição de matemática organizada no Brasil nesse estilo, tendo sido precursora de todas as olimpíadas científicas sucedentes, inclusive de outras áreas. O outro motivo diz respeito à importância da Matemática no campo científico. A dificuldade na disciplina de Matemática enfrentada pelos alunos da Educação Básica é assunto recorrente no âmbito educacional, pois há, no estereótipo do jovem brasileiro, um desgosto por essa matéria, um desânimo, cuja origem está, em parte, ligada à monotonia dos desafios matemáticos, que muitas vezes não passam de mera aplicação direta e básica de técnicas memorizadas. Em contraposição à essa ideia, o propósito da olimpíada é acender, no aluno, a chama interna do saber matemático. Dessa forma, se mostra relevante promover a OBM na comunidade do IFPB, visto que é uma olimpíada pouco conhecida pelo alunos da Educação Básica, sendo seu desconhecimento ainda maior no ensino público.

2 Materiais e Métodos

Esse trabalho está pautado na Metodologia de Pesquisa Qualitativa que, segundo Javaroni, Santos e Borba (2011, p.198), pode ser entendida como “uma forma de se fazer pesquisa, na qual o foco, o olhar da pesquisa encontra-se nas relações que têm significado para o pesquisador”. Os procedimentos de pesquisa desse projeto consistiram em um estudo das questões de 1 a 4 da prova da OBM de 2017, envolvendo: entendimento do enunciado; identificação dos conteúdos matemáticos presentes nas resoluções encontradas; estudo e aprofundamento dos mesmos epara o entendimento da resolução; articulação dos conteúdos matemáticos identificados com as habilidades da BNCC.

A primeita atividade realizada pelo grupo foi o estudo bibliográfico do artigo Pesquisa em Educação Matemática (BICUDO, 1993) e do livro A arte de pesquisar (GOLDENBERG, 2011), com o objetivo de discutir questões ligadas à área da Educação Matemática, como campo de pesquisa, bem como ao universo da Metodologia e Pesquisa Científica. Dando continuidade, para entender o objeto de estudo com o qual nos propomos a trabalhar, pesquisamos sobre o surgimento da Olimpíada Brasileira de Matemática e o histórico de competições matemáticas no Brasil. O próximo passo foi, então, iniciar a resolução das questões das provas da OBM do Nível 3 de 2017, referentes ao Ensino Médio.

Como fonte de pesquisa, contamos com o site da própria OBM, que disponibiliza links para estudo e listas de discussão de problemas matemáticos, bem como livros, provas e gabaritos de todos os anos anteriores e o conteúdo programático cobrado nas provas da OBM. A partir da discussão de cada questão, realizamos estudos individuais que foram compartilhados com o grupo em seminários semanais, com o objetivo de familiarizar-nos com apresentações orais, tão recorrentes no mundo científico. Além disso, mantemos um caderno de pesquisa no Google Classroom, com resoluções dos problemas e anotações referentes à análise das mesmas, bem como a relação delas com o currículo do Ensino Médio.

Como forma de incentivar outros alunos do IFPB a participarem de competições matemáticas, organizamos um calendário das competições matemáticas programadas para 2021, divulgado nas redes sociais do campus. Vale destacar, que decorrente da Pandemia causada pela COVID-19, todas as etapas da metodologia foram executadas a distância, sendo realizadas por meios virtuais e remotos de compartilhamento.

3 Resultados e Discussão

Nesta seção apresentaremos as questões da prova de 2017 da Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM, 2020) já discutidas pelo grupo de Iniciação Científica. Em cada tópico, destacamos o enunciado, os conteúdos que são necessários para o entendimento da questão, bem como algumas conexões com a BNCC (BRASIL, 2017).

A primeira questão diz: "Para cada número r entre 0 e 1 podemos representar r com decimal infinito $r = 0, r_1 r_2 r_3 \ldots$ com $0 \leq r_i \leq 9$. Por exemplo, $\frac{1}{4} = 0{,}25000\ldots, \frac{1}{3} = 0{,}333\ldots$ e $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}707106\ldots$ a) Mostre que podemos escolher dois racionais p e q entre 0 e 1 de modo que a partir das representações decimais deles $p = 0, p_1 p_2 p_3 \ldots$ e $q = 0, q_1 q_2 q_3 \ldots$ é possível construir um número irracional $\alpha = 0, a_1 a_2 a_3 \ldots$ tal que para cada $\mathrm{i} = 1, 2, 3, \ldots$ temos $\mathrm{a_i} = \mathrm{p_i}$ ou $\mathrm{a_i} = \mathrm{q_i}$. b) Mostre que existem um racional $s = 0, s_1 s_2 s_3 \ldots$ e um irracional $\beta = 0, b_1 b_2 b_3 \ldots$ tais que para todo $N \geq 2017$ o número de índices $1 \leq i \leq N$ tais que si $s_i \neq b_i$ é menor ou igual a $\frac{N}{2017}$".

Nessa questão, conseguimos destacar os seguintes conteúdos necessários para o entendimento da resolução: números racionais e irracionais, dízimas periódicas e não periódicas e demonstração por absurdo. Dentre eles, números racionais e irracionais, bem como as dízimas tinham sido estudadas nas aulas regulares de Matemática dos alunos, como conteúdo do 1 ano do Ensino Médio. Por outro lado, técnicas de demonstração não são usualmente trabalhadas na Educação Básica e, por isso, aprofundamos o entendimento de demonstração por absurdo. Algumas das habilidades da BNCC que se referem aos conteúdos destacados acima dizem: "Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica.", "Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica, e estimar a localização de alguns deles na reta numérica.", "Reconhecer e utilizar procedimentos para a obtenção de uma fração geratriz para uma dízima periódica". Percebemos, a falta de mensão às tecnicas de demonstração, especialemnte a por absurdo, que consiste em afirmar algo e mostrar que a falsidade dessa afirmação produziria um absurdo.

O enunciado da segunda questão diz: "Seja $n \geq 3$ um inteiro. Prove que, para todo k inteiro com $1 \leq k \leq \binom{n}{2}$, existe um conjunto A com n elementos inteiros positivos distintos tais que o conjunto $B = \{mdc(x,y): x, y \in A, x \neq y\}$ contém exatamente k elementos distintos".

Para o entendimento dessa questão, diversos conteúdos foram aprofundados. Entre eles, Máximo divisor comum (MDC), números primos, indução finita, números binomiais e fatorial. Os conteúdos vistos com mais frequência no período escolar são o MDC e os números primos. Dentre outras habilidades da BNCC relacionadas aos conteúdos elencados nessa questão, sobre MDC, encontramos: "Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos". Em relação aos números primos a BNCC destaca: "Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos "é múltiplo de", "é divisor de", "é fator de", e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000". No entanto, não encontramos menção direta à números binomiais ou fatorial, apesar de conseguirmos relacionr com habilidades mais amplas, como "Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo diferentes tipos de agrupamento de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas como o diagrama de árvore".

Já a terceira questão diz: "Um quadrilátero $ABCD$ tem círculo inscrito ω e é tal que as semirretas AB e DC se cortam no ponto P e as semirretas AD e BC se cortam no ponto Q. As retas AC e PQ se cortam no ponto R. Seja T o ponto de ω mais próximo da reta PQ. Prove que a reta RT passa pelo incentro do triângulo PCQ".

Essa questão apresentou um nível de dificuldade mais avançado. Dessa forma, precisamos de um tempo maior para aprofundar os conceitos necessários para o entendimento da resolução. Fizemos diversos seminários com apresentação dos alunos sobre os temas: incírculo, segmento, teorema do bico, exincírculo, reflexão, ponto médio, retas tangentes (externas e internas), critérios de colinearidade, homotetia, teorema de monge, retas paralelas, relação entre reta e ponto, intersecção de retas e segmentos, simetria, teorema de pitot, congruência de triângulos, semelhança de triângulos, dentre outros. Além do estudo desses conteúdos, fizemos um workshop sobre o uso do GeoGebra para a construção da imagem proposta no problema, bem como investifações a respeito da resolução. Foi feita também a relação dos conteúdos com a BNCC, mas devido ao espaço limitado nesse resumo, abordaremos apenas o círculo. As habilidades referentes a este conteúdo são "Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos" "Reconhecer, comparar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo), por meio de características comuns, em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em sólidos geométricos". Outras habilidades também aparecem na BNCC relacionadas aos coneúdos destacados nessa questão, mas diversos outros não são mencionados, como os teoremas.

figura 1 figura 2 figura 3

A quarta questão nos diz: “Vemos, nas figuras 1 e 2 a seguir, exemplos de bloqueio de tela de um telefone celular que só funciona com uma senha que não é digitada, mas desenhada com segmentos de reta. Esses segmentos formam uma linha poligonal com vértices em um reticulado. Ao desenhar o padrão correspondente à senha, o dedo deve permanecer todo o tempo tocando a tela.Toda a linha poligonal correspondente a uma sequência de algarismos e essa sequência é que é, de fato, a senha. O traçado das poligonais obedece às regras a seguir: I. O traçado começa por um dos pontos destacados, os quais correspondem aos algarismos de 1 a 9 (figura 3). II. Cada segmento do padrão deve ter como um dos seus extremos um ponto que ainda não foi usado. III. Se um segmento liga dois pontos e contém um terceiro, então o algarismo correspondente a esse terceiro ponto é incluído na senha. Isso não acontece quando esse ponto/algarismo já foi usado. IV. Toda senha tem pelo menos quatro algarismos. Determine o menor n ($n \geq 4$) tal que dado qualquer subconjunto de n algarismos de 1 a 9 é possível elaborar uma senha que envolva exatamente esses algarismos em alguma ordem”.

Esse probelma envolve noções de geometria, principalmente isometrias, usando os conteúdos de reflexão, rotação e translação. Destacamos também o Binômio de Newton e o método de prova por exaustão como necessários para o entendimento da resolução. Sobre o conteúdo translação, destacam-se as habilidades da BNCC: “Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros” e “Reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes com o uso de malhas quadriculadas e softwares de geometria”. Apesar dos conteúdos inicialmente serem simples e estarem presentes na BNCC, o nível de aprofundamento e conecções necessários para o desenvolvimento da questão estão além dos trabalhados no Ensino Médio.

4. Considerações Finais

Durante esse projeto, nos debruçando sobre as questões da prova da OBM 2017, percebemos que os conteúdos matemáticos necessários para a resolução das mesmas são mais avançados do que aqueles trabalhados na sala de aula do Ensino Médio nas escolas brasileiras. Por isso, foi necessário um aprofundamento em conceitos e métodos de demonstração matemáticos, não sendo possível cumprir o cronograma inicial de estudo das provas de 2017 a 2019. Dessa forma, percebe-se a necessidade de um trabalho de orientação para alunos que tem interesse em se aprofundar em Matemática, seja ela pura ou aplicada. Constatamos, ainda, que nem todos os conteúdos necessários para a resolução das questões das provas da OBM estão previstos na BNCC e, quando estão, aparecem de forma simplificada.

Como pontos positivos, destacamos o privilégio de um trabalho em equipe, com bolsa de pesquisa, que permite nos reunirmos semanalmente, mesmo que virtualmente, para estarmos em contato uns com os outros, nesse momento tão difícil de pandemia. Evidenciamos, também, o crescimento acadêmico obtido por meio da participação da V Semana de Ciência e Tecnologia (SECITEC) e das diversas competições matemáticas, com as quais tivemos uma boa experiência e um bom resultado. Além disso, os incentivos feitos para a participação nas olimpíadas merecem destaque, pois com feito o trabalho de divulgação o número de participantes excedeu as expectativas. Esse projeto agregou não apenas na disciplina de matemática, como também na vida acadêmica dos alunos envolvidos.

Agradecimentos

Projeto vinculado ao PIBIC-EM, com financiamento do CNPq e IFPB, e ao GEPECM.

Referências

BICUDO, M. A. V. Pesquisa em Educação Matemática. *Pro-Posições* (Unicamp), v. 4, n. 1 (10), p.18-23, 1993.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular* (BNCC). Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017.

GOLDENBERG, M. *A arte de pesquisar*: como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais. Rio de Janeiro: Record, 2011.

JAVARONI, S.; SANTOS, S.; BORBA, M. Tecnologias digitais na produção e análise de dados qualitativos. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 13, n. 1., 2011. p. 197-218.

OBM. *Olimpíada Brasileira de Matemática*, 2020. Disponível em <obm.org.br>. Acesso em 07 jul. 2020.